

ЗАДАНИЯ

первого этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика», 2018/2019 учебный год

**VIII класс**

**1.** Найдите все двузначные числа, которые в два раза больше произведения своих цифр.

**2.** Саша сказал Ване: «Я задумал двузначное число. Если переставить его цифры, то получится число, которое в сумме с задуманным даст 143. Отгадай задуманное число, если известно, что оно простое».

Какое число задумал Петя? Ответ обоснуйте.

**3**. В правильном шестиугольнике *ABCDEF* на прямой *АF* взята точка *Х* так, что угол *ХСD* равен 45°. Найдите угол *FХЕ*.

4. На доске записано 10 чисел: 1, 2, …, 10. За одну операцию разрешается стереть с доски любые два числа *a*, *b*, а вместо них записать числа 2*a* + 3*b* и 2*b* + 3*a*.

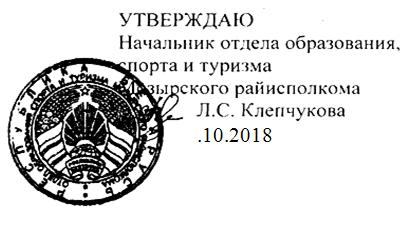
Может ли получиться так, что в результате нескольких операций на доске будут записаны 10 одинаковых чисел? Ответ обоснуйте.

5. Электрик был вызван для ремонта гирлянды из четырёх соединённых последовательно лампочек, одна из которых перегорела. На вывинчивание любой лампочки из гирлянды уходит 10 секунд, на завинчивание − 10 секунд. Время, которое тратится на другие действия, мало.

За какое наименьшее время электрик заведомо может найти перегоревшую лампочку, если у него есть одна запасная исправная лампочка? Приведите пример действий электрика и докажите минимальность потраченного времени.

Время выполнения работы – 3 часа.

Пользоваться калькулятором не разрешается



ЗАДАНИЯ

первого этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика», 2018/2019 учебный год

***IX класс***

**1**. Действительные числа *а* и *b* связаны соотношением .

Найдите все значения, которые может принимать величина *a4 - a3*, если известно, что *b4 – b3 =* 1*.*

2. Решите ребус: РОТОР : СОКОЛ = 3 : 1.

**3.** В одном стакане было 100 мл раствора кислоты, причём доля кислоты (по объёму) составляла 40 %, а в другом – 150 мл с долей кислоты 50%. Ложку раствора из первого стакана перелили во второй, и после перемешивания такую же ложку перелили из второго стакана в первый. В результате доля кислоты в каждом из стаканов по-прежнему выражалась целым числом процентов.

а) Найдите доли кислоты в стаканах после переливаний.

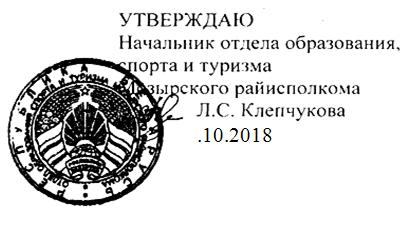
б) Найдите вместимость ложки (объём ложки меньше объёма стакана).

4. В четырехугольнике диагонали перпендикулярны. В него можно вписать окружность и около него можно описать окружность. Можно ли утверждать, что это квадрат? Ответ обоснуйте.

**5.**Все участники шахматного турнира, кроме победителя, набрали одинаковое количество очков (каждый сыграл с каждым ровно 1 раз). Победитель набрал 9 очков (победа даёт 1 очко, ничья – ½, поражение – 0). Сколько шахматистов участвовало в турнире? Ответ обоснуйте.

Время выполнения работы – 3 часа.

Пользоваться калькулятором не разрешается



ЗАДАНИЯ

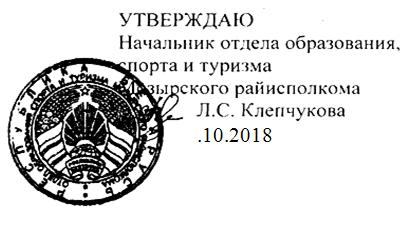
первого этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика», 2018/2019 учебный год

X ***класс***

1. Известно, что квадратные относительно *х* уравнения 2018*х*2 + *рх* + *q*= 0 и *px*2 + *qx* + 2018 = 0 ( здесь *p* и *q* заданные действительные числа) имеют общий корень. Приведите все возможные значения этого общего корня и докажите, что других нет.
2. На плоскости построили полукруг с диаметром *АВ* = 36 см, внутри него построили полукруг с диаметром *ОВ* = 18 см (*О* – центр большего полукруга). Затем построили круг, касающийся обоих полукругов и отрезка АО. Найдите радиус этого круга. Ответ обоснуйте.
3. Вася выбрал некоторое действительное число *х* и выписал бесконечную последовательность: *а*1= 1 + *х*2+ *х*3, *а*2= 1 + *х*3+ *х*4, *а*3= 1 + *х*4 + *х*5, … , *ап* = 1 + *хп*+1 + *хп*+2, …. Оказалось , что Докажите, что тогда при всех натуральных *п* ≥ 3 имеет место равенство
4. Назовем натуральное число *полупростым*, если оно больше 25 и является суммой двух различных простых чисел. Какое наибольшее количество последовательных натуральных чисел может оказаться полупростыми? Ответ обоснуйте.
5. Али-баба пришел в пещеру, где есть золото и алмазы. У Али-бабы с собой был один большой мешок. Известно, что полный мешок с золотом весит 200 кг, а если мешок наполнить одними алмазами, то он будет весить 40 кг (пустой мешок ничего не весит). Килограмм золота стоит 20 динаров, а килограмм алмазов стоит 60 динаров. Какую наибольшую сумму денег может выручить Али-баба, если он может унести с собой в этом мешке не более 100 кг? Ответ обоснуйте.

Время выполнения работы – 3 часа.

Пользоваться калькулятором не разрешается



ЗАДАНИЯ

первого этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика», 2018/2019 учебный год

***XI класс***

1. Дан многочлен

.

Найдите .

1. В выпуклом четырехугольнике *ABCD* диагональ *BD* является биссектрисой угла *ABC* и *AC=BC*.

Найдите угол , если известно, что  и .

1. Найдите все тройки натуральных чисел (*a*, *b*, *c*), удовлетворяющих условию 
2. Найдите все функции *f(x)*, заданные на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения, для которых при любом действительном *х* справедливо равенство .
3. Парламент состоит из четырёх фракций; в первой фракции 3 депутата, во второй – 4, в третьей – 5 и в четвёртой 6 депутатов. Нужно сформировать парламентские комиссии так, чтобы в любой комиссии были представители каждой из четырех фракций и чтобы никакие две из них не имели более чем одного общего члена. (Каждый депутат входит только в одну из четырех фракций.)

Какое наибольшее число комиссий можно сформировать с соблюдением указанных условий?

Время выполнения работы – 3 часа. Пользоваться калькулятором не разрешается